

MATEMATIKA 2  
Ispit

29. siječnja 2014.  
**1. dio**

Ime i prezime:

Smjer:

Matični broj:

**Napomena:**

Ispit se sastoji od dva dijela koja se pišu po 55 minuta. Od pomagala su dopušteni šestar, kutomjer i ravnalo. Strogo će se sankcionirati svaka uporaba mobilnih uređaja tijekom ispita.

1	2	3	4	5	ukupno

1. (i) Što znači da je  $\int f(x)dx = F(x) + C$ ?  
Objasnite riječima i formulom. (2 boda)

(ii) Je li  $F(x) = \ln \frac{1}{\sin x}$  primitivna funkcija funkcije  $f(x) = \operatorname{ctg} x$ ?  
Objasnite! (4 boda)

(iii) Odredite  $\int \frac{x+5}{x^2-4} dx$  i provjerite rezultat. (4 boda)

2. (i) Geometrijski interpretirajte značenje  $\int_0^\pi (\sin x + \cos x) dx$ . (4 boda)

(ii) Procijenite integral iz (i) preciznim crtanjem. (4 boda)

(iii) Izračunajte integral iz (i). (2 boda)

3. (i) Napišite formule za linearnu aproksimaciju funkcije dviju varijabli  $f$  oko  $(x_0, y_0)$ . (2 boda)

(ii) Primijenite formule iz (i) na funkciju  $f(x, y) = \sqrt{x^2 + y^2 + 11}$  oko  $(x_0, y_0) = (3, 4)$ . (4 boda)

(iii) Napišite formule za prirast i približni prirast funkcije dviju varijabli ako se  $x$  promijeni za  $\Delta x$ , a  $y$  za  $\Delta y$ . Primijenite te formule na (ii). Posebno za  $\Delta x = -0.02$  i  $\Delta y = 0.03$ . (4 boda)

4. (i) Predočite crtežom i opišite geometrijsko značenje integrala  $\iint_D f(x, y) dx dy$  za pozitivnu funkciju  $f$  i područje ravnine  $D$ . (2 boda)

(ii) Problem iz (i) opišite ako je  $f(x, y) = 1$  i ako je  $D$  područje omeđeno krivuljama  $y = \sqrt{x}$  i  $y = \sqrt{2-x}$  te  $x$ -osi. Slika!  
(4 boda)

(iii) Izračunajte integral iz (ii). (4 boda)

5. (i) Zapišite opću linearnu diferencijalnu jednadžbu prvog reda i objasnite kako se rješava. (3 boda)

- (ii) Objasnite koje od sljedećih diferencijalnih jednadžbi jesu linearne prvog reda, a koje nisu:

$$(a) xy+y' = 2y^2 \quad (b) \frac{y'}{y+2x} = \frac{1}{x} \quad (c) \frac{y}{\sin x} = y'x \quad (d) y'(y+3x^2) = y^2-9x^4.$$

Za linearne objasnite jesu li homogene ili nehomogene. (3 boda)

- (iii) Zapišite, objasnite i riješite Cauchyev problem titranja po pravcu. (4 boda)

Fakultet kemijskog inženjerstva i tehnologije  
Zavod za matematiku

---

MATEMATIKA 2  
Ispit

29. siječnja 2014.  
**2. dio**

Ime i prezime:

Smjer:

Matični broj:

**Napomena:**

Ispit se sastoji od dva dijela koja se pišu po 55 minuta. Od pomagala su dopušteni šestar, kutomjer i ravnalo. Strogo će se sankcionirati svaka uporaba mobilnih uređaja tijekom ispita.

1	2	3	4	5	ukupno

1. Riješite integrale:

(i)  $\int_2^{\infty} \frac{dx}{2(\sqrt{x}+1)^2\sqrt{x}}$ , (5 bodova)

(ii)  $\int e^{3x}(x^3 + 1)dx$ . (5 bodova)



2. Zadana je funkcija  $f(x, y) = 3 \ln(\ln(x^2) - \ln(y^3))$ .

(i) Izračunajte  $f_x(e^2, e)$ ,  $f_y(e^2, e)$  i  $f_{xy}(e^2, e)$ . (5 bodova)

(ii) Odredite jednadžbu tangencijalne ravnine na graf te funkcije u točki  $(e^2, e)$ . (5 bodova)

3. (i) Izračunajte površinu lika omeđenog pravcima  
 $3x + 2y = 6$ ,  $x = 2y + 2$ ,  $x + y = 8$  i  $3y = 2x + 9$ . (5 bodova)

- (ii) Izračunajte volumen tijela nastalog rotacijom lika dobivenog pod  
(i) oko  $x$ -osi. (5 bodova)

4. (i) Koristeći linearnu aproksimaciju odredite približnu vrijednost funkcije  $f(x, y) = \sqrt{x^2y + 1} + (2x - y)^3$  u točki  $(0.97, 3.1)$ . (5 bodova)

- (ii) Nađite lokalne ekstreme funkcije  $f(x, y) = x^2y + 1 + 2x - y$ . (5 bodova)

5. (i) Odredite opće rješenje diferencijalne jednačbe

$$y'' - 2y' + 5y = \cos(2x).$$

(7 bodova)

- (ii) Odredite partikularno rješenje jednačbe iz (i) koje zadovoljava početne uvjete  $y(0) = 1$ ,  $y'(0) = 0$ . (3 boda)